MATHS

Notion de base *PDF*

Formules 1 à 36 « Géométrie »

Rappel PI (**3.14159265358979**)

FORMULAIRES MATHÉMATIQUES « GÉOMÉTRIE » 1ère PARTIE

GÉOMÉTRIE

Il peut arriver que l'on ait besoin de connaître les dimensions, surfaces ou volumes d'objets quelconques, et cela quand il n'est pas facile, ou même tout à fait impossible, d'effectuer des mesures directes. Il faut alors procéder à des calculs.

Par exemple, il peut se présenter des cas où il est nécessaire de connaître la longueur d'une spire, la section d'un conducteur, la section ou le volume d'un noyau magnétique...

En général, il s'agit de problèmes que l'on peut résoudre rapidement en appliquant une formule appropriée de géométrie.

Nous trouverons donc dans cette leçon d'aide mémoire les formules de géométrie ayant une application pratique en électronique.

FORMULE 1 - Calcul de la surface d'un triangle connaissant les valeurs de la base et de la hauteur (figure 1-a).

$$\boxed{S = \frac{b \times h}{2}}$$

S = surface
b = base
h = hauteur

Exemple (figure 1-a ci-dessous)

Données : b = 10 cm ; h = 3 cm

Surface : $S = \frac{10 \times 3}{2} = \frac{30}{2} = 15\ cm^2$

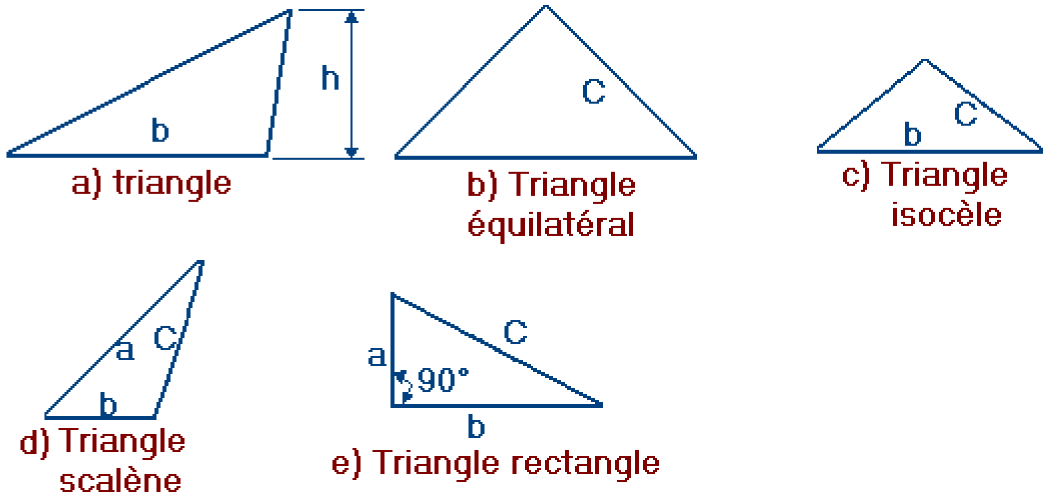


Fig. 1. - Représentation de différents triangles.

FORMULE 2 - Calcul de la surface d'un triangle équilatéral, « triangle ayant trois côtés égaux » (figure 1-b) connaissant la longueur du côté.

$$S = \sqrt{\frac{3}{4}} \times c^2 \simeq 0{,}433 \times c^2$$

S = surface
c = côté

(Le signe $\simeq$ signifie à peu près égal ; ici il indique que le nombre 0,433 est une valeur approchée de : $\sqrt{\frac{3}{4}}$)

Exemple (figure 1-b) :

Donnée : c = 5 cm
Surface : $S \simeq 0{,}433 \times 5^2 = 0{,}433 \times 25 = 10{,}825\ cm^2$

FORMULE 3 - Calcul de la surface d'un triangle isocèle « triangle ayant deux côtés égaux » connaissant la valeur des côtés égaux et de la base.

$$S = \frac{b}{2} \times \sqrt{c^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

S = surface
b = base
c = longueur des côtés égaux

Exemple (figure 1-c) :

Données : b = 16 mm ; c = 10 mm

$$\text{Surface : } S = \frac{16}{2} \times \sqrt{10^2 - \left(\frac{16}{2}\right)^2} = 8 \times \sqrt{100 - 8^2} = 8 \times \sqrt{100 - 64}$$

$$= 8 \times \sqrt{36} = 8 \times 6 = 48 \text{ mm}^2$$

FORMULE 4 - Calcul de la surface d'un triangle scalène « triangle ayant trois côtés inégaux » connaissant la longueur des côtés.

$$\boxed{S = \sqrt{p \times (p - a) \times (p - b) \times (p - c)}}$$

S = surface
a = côté
b = côté
c = côté

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \text{demi-périmètre}$$

Dans cette formule «p» désigne le demi-périmètre, c'est-à-dire la demi-somme des trois côtés. **Avant d'appliquer la formule, il faut calculer à part la valeur «p» du demi-périmètre.**

Exemple (figure 1-d) :

Données : a = 3,5 cm ; b = 12 cm ; c = 12,5 cm

$$\text{Demi-périmètre : } p = \frac{3{,}5 + 12 + 12{,}5}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{Surface : } S = \sqrt{14 \times (14 - 3{,}5) \times (14 - 12) \times (14 - 12{,}5)}$$

$$= \sqrt{14 \times 10{,}5 \times 2 \times 1{,}5} = \sqrt{441} = 21 \text{ cm}^2$$

FORMULE 5 - Calcul de l'hypoténuse d'un triangle rectangle connaissant les deux autres côtés (le triangle rectangle est un triangle ayant un angle de **90° ;** l'hypoténuse est le plus grand côté, les deux autres côtés forment l'angle de **90°**). (Voir la figure 1-e ci-dessus).

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

h = hypoténuse
a = côté
b = côté

Exemple (figure 1-e)

Données : a = 3 cm ; b = 4 cm

$$\text{hypoténuse : } h = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ cm}$$

FORMULE 6 - Calcul d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les longueurs de l'hypoténuse et de l'autre côté (pour la signification des termes, reportez-vous à la formule 5).

$$\boxed{a = \sqrt{h^2 - b^2}}$$

a = côté inconnu
b = côté connu
h = hypoténuse

Exemple (figure 1-e) :

Données : h = 5 cm ; b = 4 cm

Côté inconnu : $a = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm

FORMULE 7 - Calcul de la surface d'un triangle rectangle connaissant les deux côtés de l'angle droit.

$$\boxed{S = \frac{a \times b}{2}}$$

S = surface
a = côté
b = côté

Exemple (figure 1-e) :

Données : a = 3 cm ; b = 4 cm

Surface : $S = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$ cm²

FORMULE 8 - Calcul de la diagonale d'un carré connaissant la longueur du côté. (Figure 2-a).

$$d = \sqrt{2} \times c \simeq 1{,}414 \times c$$

d = diagonale
c = côté

Exemple (figure 2-a) :

Donnée : c = 50 mm

Diagonale : $d \simeq 1{,}414 \times 50 = 70{,}70$ mm

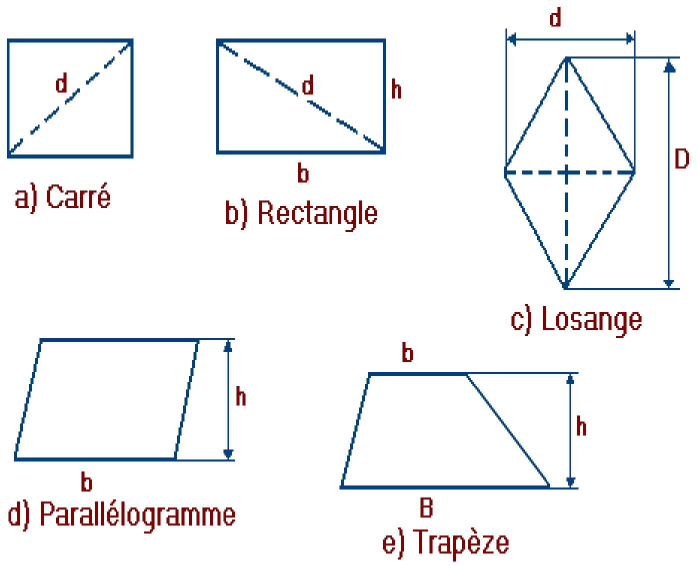


Fig. 2. - Représentation de différents quadrilatères (figures planes ayant 4 côtés).

FORMULE 9 - Calcul de la surface d'un carré connaissant la longueur du côté.

$$S = c^2$$

S = surface
c = côté

Exemple (figure 2-a) :

Donnée : c = 50 mm

Surface : S = 50^2 = 2 500 mm^2

FORMULE 10 - Calcul de la surface d'un carré connaissant la longueur de la diagonale.

$$S = d^2 / 2$$

S = surface
d = diagonale

Exemple (figure 2-a) :

Donnée **: d ≃ 70,70 mm** (valeur approchée établie avec la formule 8)

Surface **: S ≃ $70,70^2$ / 2 = 4 998,49 / 2 = 2 499,245 mm^2**

Comparez ce résultat avec celui obtenu en appliquant la formule 9. La différence **de 0,755 mm^2 (2 500 - 2 499,245 = 0,755)** est due à l'introduction de la valeur approchée **de 70,70** dans le calcul de la surface, mais l'erreur qui en résulte est très faible **(seulement de 0,03 %)**, donc pratiquement négligeable.

(Pour faciliter la lecture, nous reportons la même figure ci-dessous à savoir figure 2).

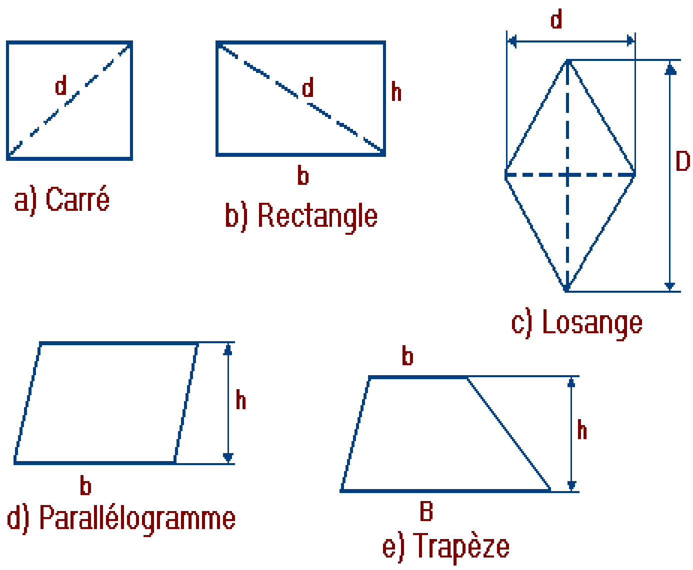


Fig. 2. - Représentation de différents quadrilatères (figures planes ayant 4 côtés).

FORMULE 11 - Calcul de la diagonale d'un rectangle connaissant les valeurs de la base et de la hauteur.

$$d = \sqrt{b^2 + h^2}$$

d = diagonale
b = base
h = hauteur

(Cette formule ci-dessus est similaire à la formule 5).

Exemple (figure 2-b) :

Données : b = 10 cm ; h = 5 cm

Diagonale : $d = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} \simeq 11{,}18$ cm

FORMULE 12 - Calcul de la surface d'un rectangle connaissant les valeurs de la base et de la hauteur.

S = b x h
S = surface
b = base
h = hauteur

Exemple (figure 2-b) :

Données : b = 10 cm ; h = 5 cm
Surface : S = 10 x 5 = 50 cm^2

FORMULE 13 - Calcul de la surface d'un losange connaissant la longueur des diagonales (le losange est un quadrilatère ayant quatre côtés égaux et des angles adjacents inégaux).

S = D x d / 2
S = surface
D = grande diagonale
d = petite diagonale

Exemple (figure 2-c) :

Données : D = 8 cm ; d = 5 cm
Surface : S = 8 x 5 / 2 = 40 / 2 = 20 cm^2

FORMULE 14 - Calcul de la surface d'un parallélogramme connaissant les valeurs de la base et de la hauteur.

S = b x h
S = surface
b = base
h = hauteur

(Cette formule ci-dessus est similaire à la formule 12).

Exemple (figure 2-d) :

Données : b = 15 cm ; h = 6 cm
Surface : S = 15 x 6 = 90 cm^2

FORMULE 15 - Calcul de la surface d'un trapèze connaissant les valeurs des deux bases et de la hauteur.

$$\boxed{S = \frac{h \times (b + B)}{2}}$$

S = surface
h = hauteur
b = petite base
B = grande base

Exemple (figure 2e) :

Données : h = 8 cm ; b = 6 cm ; B = 14 cm

$$\text{Surface} = \frac{8 \times (6 + 14)}{2} = \frac{8 \times 20}{2} = \frac{160}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

FORMULE 16 - Calcul de la surface d'un pentagone régulier connaissant la longueur des côtés (le pentagone régulier est un polygone ayant cinq côtés égaux et cinq angles égaux).

$S \approx 1,72\ c^2$

S = surface

c = côté

Exemple (figure 3-a) :

Donnée : c = 20 mm

Surface : $S \approx 1,72 \times 20^2 = 1,72 \times 400 = 688\ mm^2$

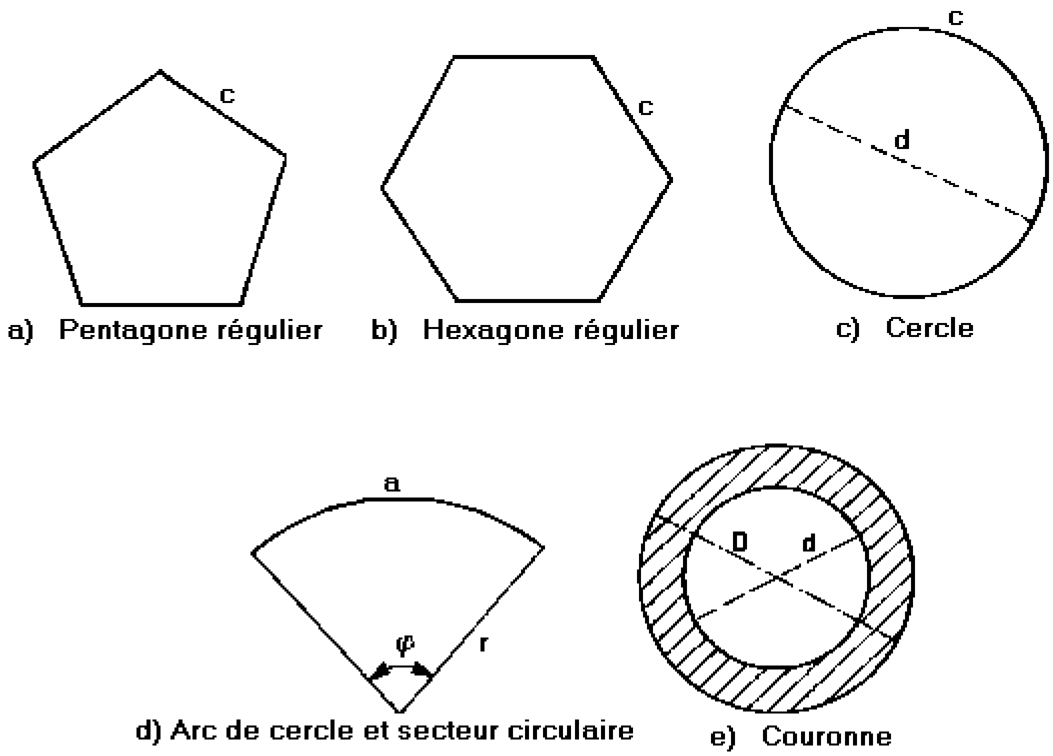
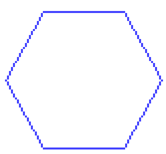


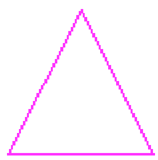
Fig. 3. - Représentation de différentes figures planes.

FORMULE 16 - 1 : Polygones réguliers et irréguliers
On dit qu'un **polygone** est **régulier** lorsque tous ses côtés et tous ses angles sont congrus (égaux).

On dit qu'un **polygone** est **irrégulier** lorsque certains de ses côtés et certains de ses angles sont inégaux (incongrus).



Polygone régulier



Polygone irrégulier

FORMULE 17 - Calcul de la surface d'un hexagone régulier connaissant la longueur d'un côté (l'hexagone régulier est un polygone ayant six côtés égaux et six angles internes égaux).

$S = \approx 2,60 \times c^2$

S = surface

c = côté

Exemple (figure 3-b « ci-dessus ») :

Donnée : c = 12 mm

Surface : S $\simeq$ 2,60 x 12^2 = 2,60 x 144 = 374,4 mm^2

FORMULE 18 - Calcul du périmètre d’un cercle (circonférence) connaissant la valeur du diamètre.

$$\boxed{c = \pi \times d \simeq 3{,}14 \times d}$$

c = circonférence
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre

Exemple (figure 3-c) :
Donnée : d = 0,8 mm
Circonférence : c $\simeq$ 3,14 x 0,8 = 2,512 mm

FORMULE 19 - Calcul de la surface d’un cercle connaissant la valeur du diamètre.

$$\boxed{S = \frac{\pi}{4} \times d^2 \simeq 0{,}785 \times d^2}$$

S = surface
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre

Exemple (figure 3-c) :
Donnée : d = 0,8 mm
Surface : S $\simeq$ 0,785 x $0{,}8^2$ = 0,785 x 0,64 = 0,5024 mm^2

FORMULE 20 - Calcul de la longueur d’un arc de cercle connaissant la valeur de l’angle au centre et la longueur du rayon.

$$\boxed{a = \frac{\pi}{180} \times \varphi \times r \simeq 0{,}0174 \times \varphi \times r}$$

a = longueur de l'arc
π = symbole du nombre 3,14159...
φ = valeur de l'angle au centre (en degré)
r = rayon

Exemple (figure 3-d) :
Données : φ = 30° ; r = 45 m
Longueur de l'arc : a $\simeq$ 0,0174 x 30 x 45 = 23,49 m

(Pour faciliter la lecture, nous reportons la même figure à savoir figure 3)

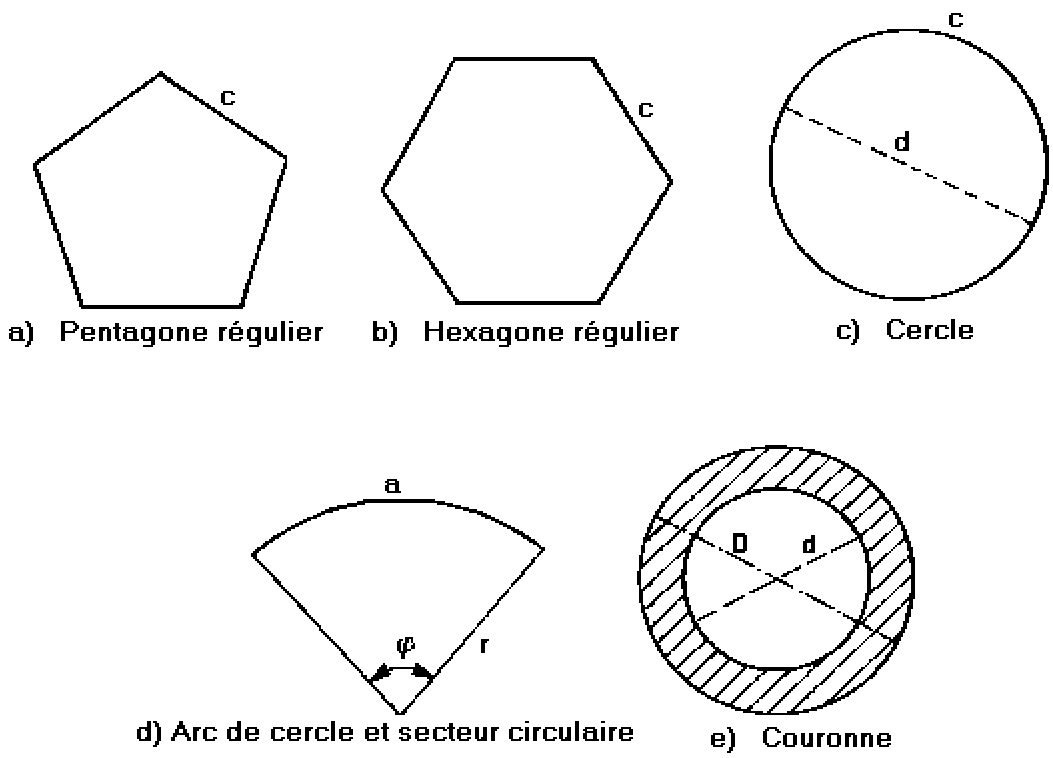


Fig. 3. - Représentation de différentes figures planes.

FORMULE 21 - Calcul de la surface d'un secteur circulaire connaissant la valeur de l'angle au centre et la longueur du rayon (un secteur circulaire est la surface plane délimitée par un arc de cercle et deux rayons).

$$\boxed{S = \frac{\pi}{360} \times \varphi \times r^2 \simeq 0{,}00872 \times \varphi \times r^2}$$

S = surface
π = symbole du nombre 3,14159...
φ = angle au centre (en degré)
r = rayon

Exemple (figure 3-d) :

Données : φ = 30° ; r = 45 m

Surface : $S \simeq 0{,}00872 \times 30 \times 45^2 = 0{,}00872 \times 30 \times 2025 = 529{,}74\ m^2$

FORMULE 22 - Calcul de la surface d'une couronne circulaire connaissant la valeur des deux diamètres (une couronne circulaire est la surface plane comprise entre deux circonférences concentriques).

$$\boxed{S = \frac{\pi}{4} \times (D^2 - d^2) \simeq 0{,}785 \times (D^2 - d^2)}$$

S = surface
π = Symbole du nombre 3,14159...
D = grand diamètre
d = petit diamètre

Exemple (figure 3-e) :

Données : D = 5 cm ; d = 4 cm

Surface : $S \simeq 0{,}785 \times (5^2 - 4^2) = 0{,}785 \times 25 - 16 = 0{,}785 \times 9 = 7{,}065\ cm^2$

FORMULE 23 - Calcul de la surface d'un segment de parabole connaissant la valeur de la base et de la hauteur (on appelle segment de parabole la surface plane comprise entre un arc de parabole et la corde sous-tendue entre les extrémités de l'arc).

S = 2 / 3 x b x h
S = surface
b = base
h = hauteur

Exemple (figure 4-a) :

Données : b = 12 cm ; h = 8 cm
Surface : $S = 2 / 3 \times 12 \times 8 = 2 / 3 \times 96 = (2 \times 96) / 3 = 64\ cm^2$

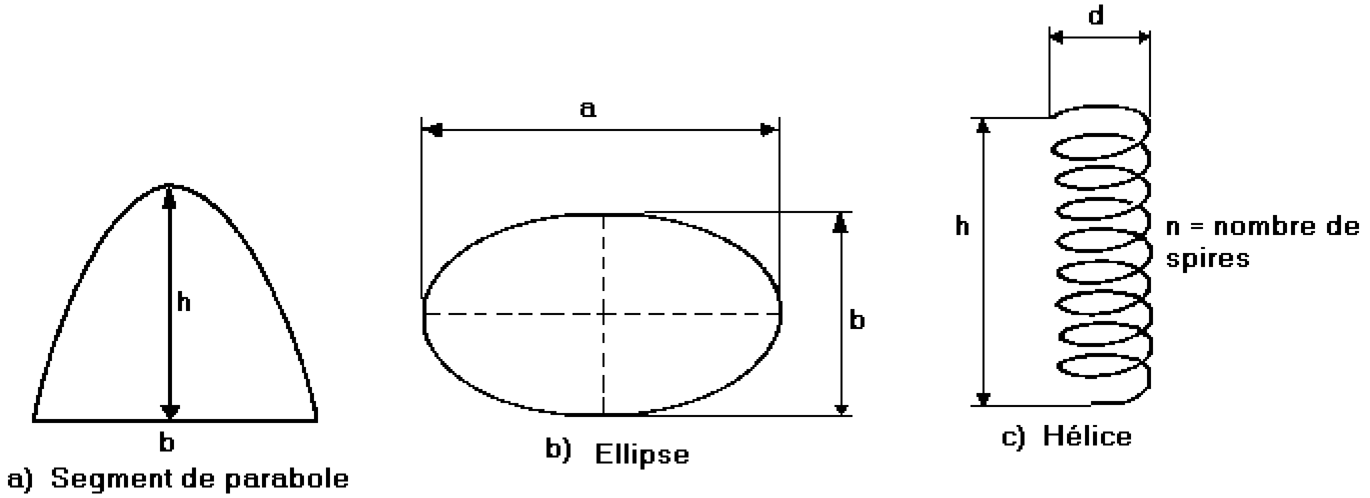


Fig. 4. - Représentation d'un segment de parabole a), d'une ellipse b) et d'une hélice c).

FORMULE 24 - Calcul de la surface d'une ellipse connaissant la longueur des deux axes.

$$\boxed{S = \frac{\pi}{4} \times a \times b \simeq 0{,}785 \times a \times b}$$

S = surface
π = symbole du nombre 3,14159...
a = grand axe
b = petit axe

Exemple (figure 4b) :

Données : a = 35 mm ; b = 25 mm
Surface : $S \simeq 0{,}785 \times 35 \times 25 = 686{,}875\ mm^2$

FORMULE 25 - Calcul de la longueur d'une hélice connaissant le nombre de spires, les valeurs du diamètre et de la hauteur.

$$\boxed{L = \sqrt{\pi^2 \times n^2 \times d^2 + h^2} \simeq \sqrt{9{,}86 \times n^2 \times d^2 + h^2}}$$

L = longueur de l'hélice
π = symbole du nombre 3,14159...
n = nombre de spires
d = diamètre
h = hauteur

Exemple (figure 4-c) :

Données : n = 10 spires ; d = 2 cm ; h = 8 cm

$$L \simeq \sqrt{9{,}86 \times 10^2 \times 2^2 + 8^2} = \sqrt{9{,}86 \times 100 \times 4 + 64} = \sqrt{3944 + 64} = \sqrt{4008} \simeq 63{,}31\ cm$$

Longueur de l'hélice ≃ 63,31 cm

FORMULE 26 - Calcul du volume d'un cube connaissant la longueur de l'arête.

$V = a^3$
V = volume
a = arête

Exemple (figure 5-a) :

Donnée : a = 4 cm
Volume : $V = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64\ cm^3$

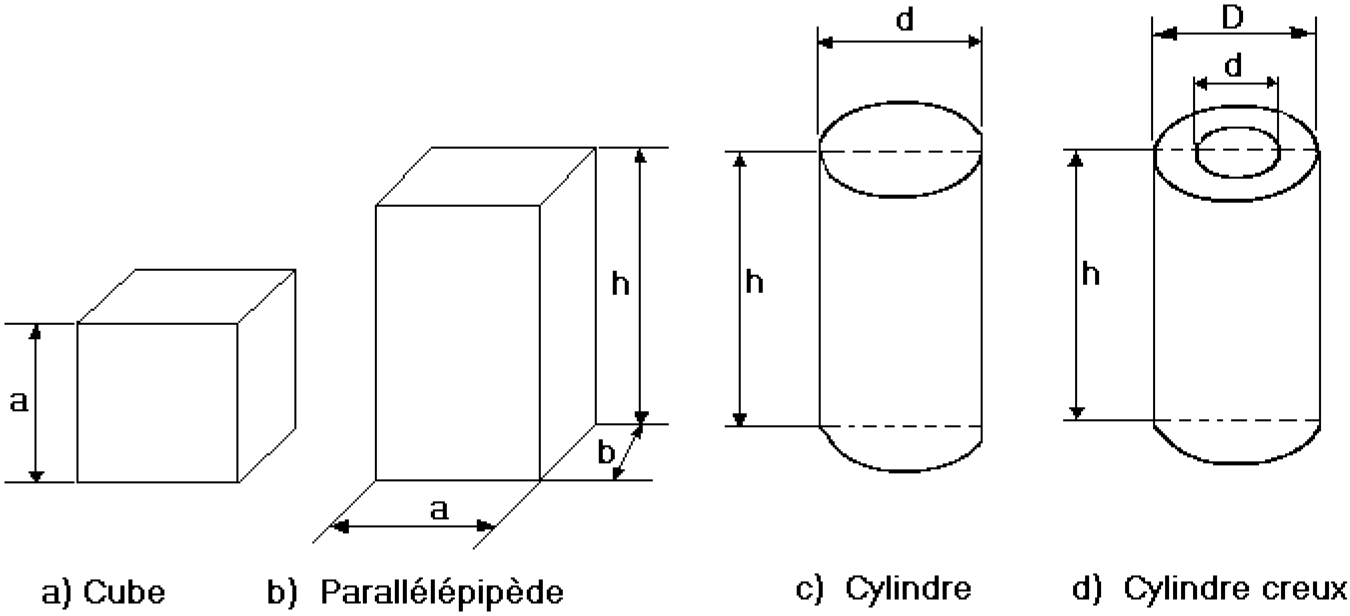


Fig. 5. - Représentation de différents volumes.

FORMULE 27 - Calcul du volume d'un parallélépipède connaissant les valeurs de la longueur et de la largeur de la base, et la hauteur.

$V = a \times b \times h$
V = volume
a = longueur de la base
b = largeur de la base
h = hauteur

Exemple (figure 5-b) :

Données : a = 25 mm ; b = 30 mm ; h = 70 mm
Volume : $V = 25 \times 30 \times 70 = 52\,500\ mm^3 = 52{,}5\ cm^3$

FORMULE 28 - Calcul du volume d'un cylindre connaissant les valeurs du diamètre et de la hauteur.

$$\boxed{V = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times h \simeq 0{,}785 \times d^2 \times h}$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre
h = hauteur

Exemple (figure 5-c) :

Données : d = 2 cm ; h = 5 cm
Volume : $V \simeq 0{,}785 \times 2^2 \times 5 = 15{,}7\ cm^3$

FORMULE 28 - 1 : Pour calculer un cylindre d'un volume engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés (**surface latérale = 2Rh** ; **surface totale = 2R (h+R)** ; **volume = R²h**, **h étant la hauteur** et **R le rayon du cercle de base**).

FORMULE 29 - Calcul du volume d'un cylindre creux connaissant les valeurs des deux diamètres et de la hauteur.

$$\boxed{V = \frac{\pi}{4} \times (D^2 - d^2) \times h \simeq 0{,}785 \times (D^2 - d^2) \times h}$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
D = diamètre externe
d = diamètre interne
h = hauteur

Exemple (figure 5-d) :

Données : D = 3 cm ; d = 2,5 cm ; h = 8 cm

Volume : $V \simeq 0{,}785 \times (3^2 - 2{,}5^2) \times 8 = 0{,}785 \times (9 - 6{,}25) \times 8 = 0{,}785 \times 2{,}75 \times 8 = 17{,}27\ cm^3$

FORMULE 30 - Calcul du volume d'un anneau à section carrée connaissant les valeurs des diamètres externes et internes.

$$\boxed{V = \frac{\pi}{8} \times (D - d)^2 \times (D + d)}$$

$\simeq 0{,}392 \times (D - d)^2 \times D + d)$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
D = diamètre externe
d = diamètre interne

Exemple (figure 6-a) :

Données : D = 3,5 cm ; d = 3 cm
Volume : $V \simeq 0{,}392 \times (3{,}5 - 3)^2 \times (3{,}5 + 3) =$
$0{,}392 \times 0{,}5^2 \times 6{,}5 = 0{,}392 \times 0{,}25 \times 6{,}5 =$
$0{,}637\ cm^3$

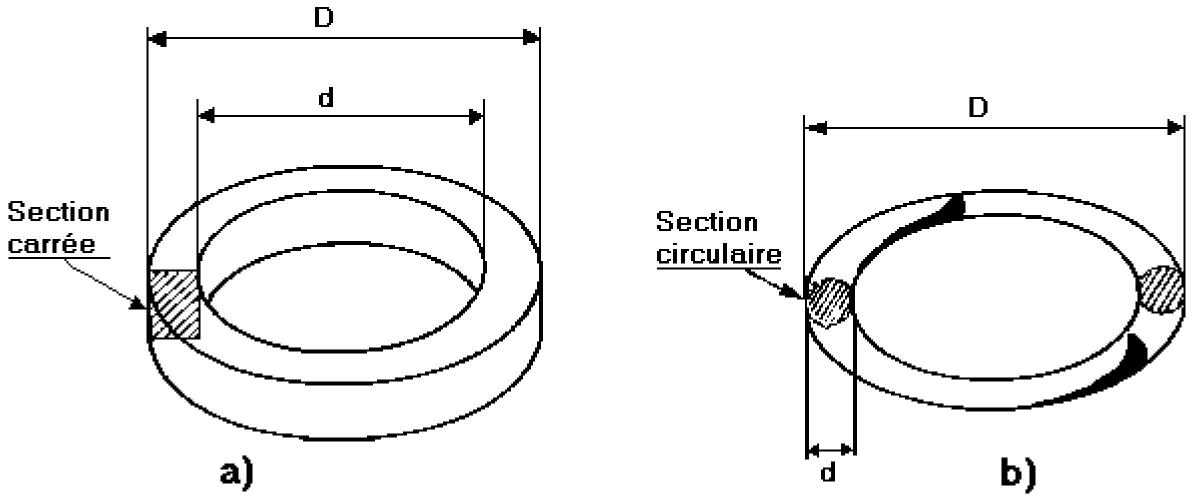


Fig. 6. - Représentation d'un anneau à section carrée a) et d'un tore b).

FORMULE 31 - Calcul du volume d'un tore (anneau à section circulaire) connaissant la valeur du diamètre extérieur et celle du diamètre de la section de l'anneau.

$$\boxed{V = \frac{\pi^2}{4} \times (D - d) \times d^2 \simeq 2{,}46 \times (D - d) \times d^2}$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
D = diamètre externe de l'anneau
d = diamètre de la section

Exemple (figure 6-b) :

Données : D = 3,5 cm ; d = 0,5 cm
Volume : $V \simeq 2{,}46 \times (3{,}5 - 0{,}5) \times 0{,}5^2 = 2{,}46 \times 3 \times 0{,}25 = 1{,}845\ cm^3$

FORMULE 32 - Calcul de la surface d'une sphère connaissant la valeur du diamètre.

$$S = \pi \times d^2 \simeq 3{,}14 \times d^2$$

S = surface
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre

Exemple (figure 7-a) :

Donnée : d = 15 mm
Surface : $S \simeq 3{,}14 \times 15^2 = 3{,}14 \times 225 = 706{,}5\ mm^2$

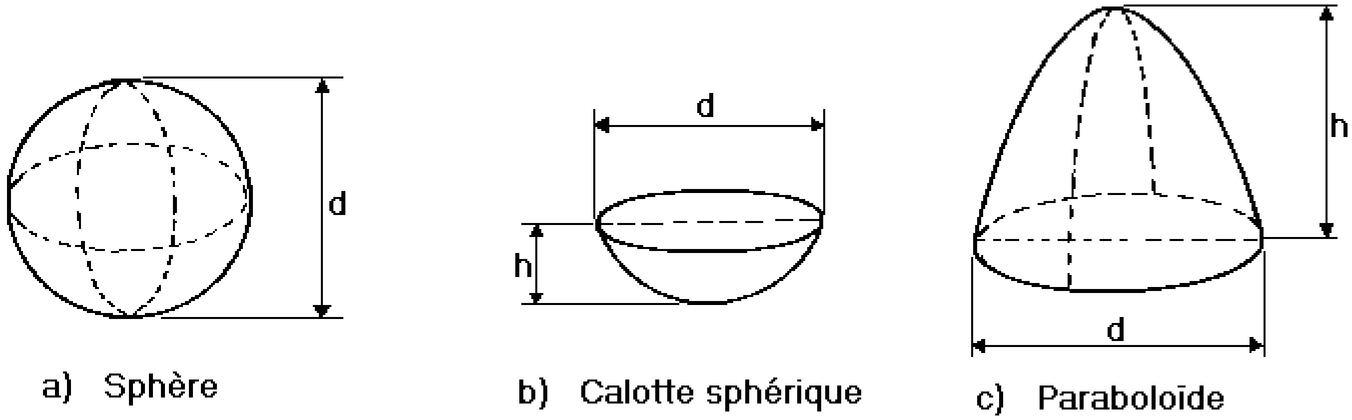


Fig. 7. - Représentation de différents volumes.

FORMULE 33 - Calcul du volume d'une sphère connaissant la valeur du diamètre.

$$V = \frac{\pi}{6} \times d^3 \simeq 0{,}523 \times d^3$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre

Exemple (figure 7-a) :

Donnée : d = 15 mm
Volume : $V \simeq 0{,}523 \times 15^3 = 0{,}523 \times 3375 = 1765{,}125\ mm^3$

FORMULE 34 - Calcul de la surface d'une calotte sphérique connaissant les valeurs du diamètre du contour et de la hauteur.

$$S = \frac{\pi}{4} \times (d^2 + 4h^2) \simeq 0{,}785 \times (d^2 + 4h^2)$$

S = surface
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre du contour
h = hauteur de la calotte

Exemple (figure 7-b) :

Données : d = 6 cm ; h = 4 cm
Surface : $S \simeq 0{,}785 \times [6^2 + (4 \times 4^2)] = 0{,}785\ [36 + (4 \times 16)] = 0{,}785 \times (36 + 64)$
$= 0{,}785 \times 100 = 78{,}5\ cm^2$

FORMULE 35 - Calcul du volume d'une calotte sphérique connaissant la valeur du diamètre de la base et de la hauteur.

$$\boxed{V = \pi \times h^2 \times \frac{(3d^2 + 4h^2)}{24 \times h} \simeq 3{,}14 \times h^2 \times \frac{(3d^2 + 4h^2)}{24 \times h}}$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre de la base
h = hauteur de la calotte

Exemple (figure 7-b) :

Données : d = 6 cm ; h = 4 cm

$$\text{Volume : } V \simeq 3{,}14 \times 4^2 \times \frac{(3 \times 6^2) + (4 \times 4^2)}{24 \times 4} = 3{,}14 \times 16 \times \frac{(3 \times 36) + (4 \times 16)}{96}$$

$$= 3{,}14 \times 16 \times \frac{(108 + 64)}{96} = 3{,}14 \times 16 \times \frac{172}{96} = 3{,}14 \times 16 \times 1{,}79$$

$$= 3{,}14 \times 28{,}64 = 89{,}92 \text{ cm}^3$$

FORMULE 36 - Calcul du volume d’une paraboloïde connaissant la valeur du diamètre de la base et de la hauteur.

$$\boxed{V = \frac{\pi}{8} \times d^2 \times h \simeq 0{,}392 \times d^2 \times h}$$

V = volume
π = symbole du nombre 3,14159...
d = diamètre de la base
h = hauteur de la paraboloïde

Exemple (figure 7-c) :

Données : d = 2 dm ; h = 3 dm

$$\text{Volume : } V \simeq 0{,}392 \times 2^2 \times 3 = 0{,}392 \times 4 \times 3 = 0{,}392 \times 12 = 4{,}704 \text{ dm}^3$$