

# Fonction « roulement » : Application à la détérioration des pistes de came (partie I)

par Luc Chevalier (Maître de Conférences à l'IUFM de Créteil)

Les mécanismes complexes qui se produisent en surface et au sein des matériaux en contact lors du roulement sous charge d'une pièce mécanique sont loin d'être maîtrisés et font encore actuellement l'objet de recherches. Ce travail a démarré à la suite de discussions avec le bureau d'étude Sidel (Le Havre) sur la détérioration du contact lors du roulement d'un galet sur les cames des souffleuses de bouteilles plastiques. L'auteur, enseignant-chercheur à l'IUFM de Créteil, a encadré les travaux d'étudiants<sup>(\*)</sup> en préparation au Capet de Génie Mécanique. Par la suite, au sein du LMT-Cachan, une analyse des mécanismes de détérioration du contact came-galet a fait l'objet du mémoire d'étudiants<sup>(\*\*)</sup> en Maîtrise de Technologie Mécanique. C'est une synthèse des conclusions de ces travaux que nous vous proposons dans la présentation qui suit (partie I) et la suite au prochain numéro (partie II).

(\*) Laurent Couroux, Laurent Guerillot (\*\*) José Yvan Povéda, Sami Tliba

## ***Soufflage par bi-orientation***

Sidel, notre partenaire industriel dans cette étude, conçoit et réalise des machines de soufflage par bi-orientation (gamme SBO). Ces machines fabriquent des bouteilles plastiques à partir de préformes injectées. Ces préformes sont chauffées pour être ramollies et soufflées.



*Passage des préformes dans le four de réchauffage avant soufflage*



*Moule porte feuille ouvert: on distingue le système de verrouillage; le nez de soufflage et la partie rapportée « fond de bouteille »*

La SBO16 est une machine de grande production qui permet d'obtenir 19.200 bouteilles par heure (16 bouteilles toutes les 3 secondes). Elle est composée :

- d'une alimentation en préformes ;
- d'un four linéaire de réchauffage ;
- d'un transfert des préformes ;
- d'un carrousel de soufflage ;
- d'une évacuation des bouteilles soufflées.

Les préformes réchauffées sont saisies par le col à l'aide d'une pince puis positionnées dans le moule. Le moule portefeuille, installé sur un carrousel s'ouvre et se ferme à l'aide de bras actionnés par une came. Ce moule est placé dans une unité porte moule enveloppante à verrouillage intégré. Cette configuration permet un changement rapide des moules.

Le nez de soufflage est introduit dans le col de la préforme et permet le guidage de la tige d'élongation (cane) qui assure l'orientation axiale. La mise en forme de la bouteille s'effectue en 2 étapes. Première opération : étirage par une cane dans l'axe de l'objet par un piston et un soufflage léger (8 bars) pour éviter l'adhérence de la préforme sur la cane. Les molécules s'orientent dans l'axe de l'objet. Seconde opération : étirage radial par soufflage (pression  $30 < p < 40$  bars). Le nez de soufflage est muni d'un dispositif qui assure l'étanchéité et évite les déformations au niveau du col quelle que soit la pression de soufflage. Le moule est refroidi par une circulation interne d'eau réfrigérée. La bouteille est ensuite transférée par un arbre de transfert muni d'une pince sur le convoyeur de sortie.

### **Détérioration des pistes de came**

La détérioration des pistes de came des souffleuses SBO Sidel, et notamment les cames d'ouverture-fermeture moule, est un sujet d'étude sensible si l'on considère l'augmentation de la cadence de production de bouteilles recherchée par les clients de Sidel. Une augmentation des cadences conduit à faire tourner plus vite les carrousels sur lesquels sont montés les moules et les efforts de contact came-galet engendrent dans les pièces des contraintes élevées. Ces contraintes peuvent conduire à la détérioration par fatigue en sous couche au bout d'un nombre de cycles d'autant plus faible que les contraintes sont importantes. Pour limiter cette détérioration on peut chercher à limiter la pression de contact (et donc l'effort de contact). Cette solution consiste à augmenter les rayons de courbure des pièces en contact (rayon et bombé de galet le plus grand possible). L'étude de rondins en 42CrMo4 ayant été soumis à des sollicitations identiques a permis de mettre en évidence qu'en cherchant à diminuer la détérioration par fatigue, on fait apparaître un autre mode de détérioration : l'usure superficielle. Une usure superficielle sur une largeur importante est observée. Une meilleure connaissance de chacun des deux mécanismes de détérioration permettra de choisir les conditions optimales (géométrie de galet, traitement thermique etc...) en fonction des conditions technologiques (vitesse de rotation du carrousel et donc effort de contact, courbure de la came etc...).

Dans cette première partie, nous présentons le procédé de soufflage, la machine SBO16 et les éléments technologiques qui assurent la fonction « ouverture et fermeture moules ». Par la suite on se focalise sur le contact came-galet dont on étudie les sollicitations.

## **COMMANDE PAR CAME DU SYSTEME D'OUVERTURE-FERMETURE MOULE**

### **Mécanisme d'ouverture-fermeture**

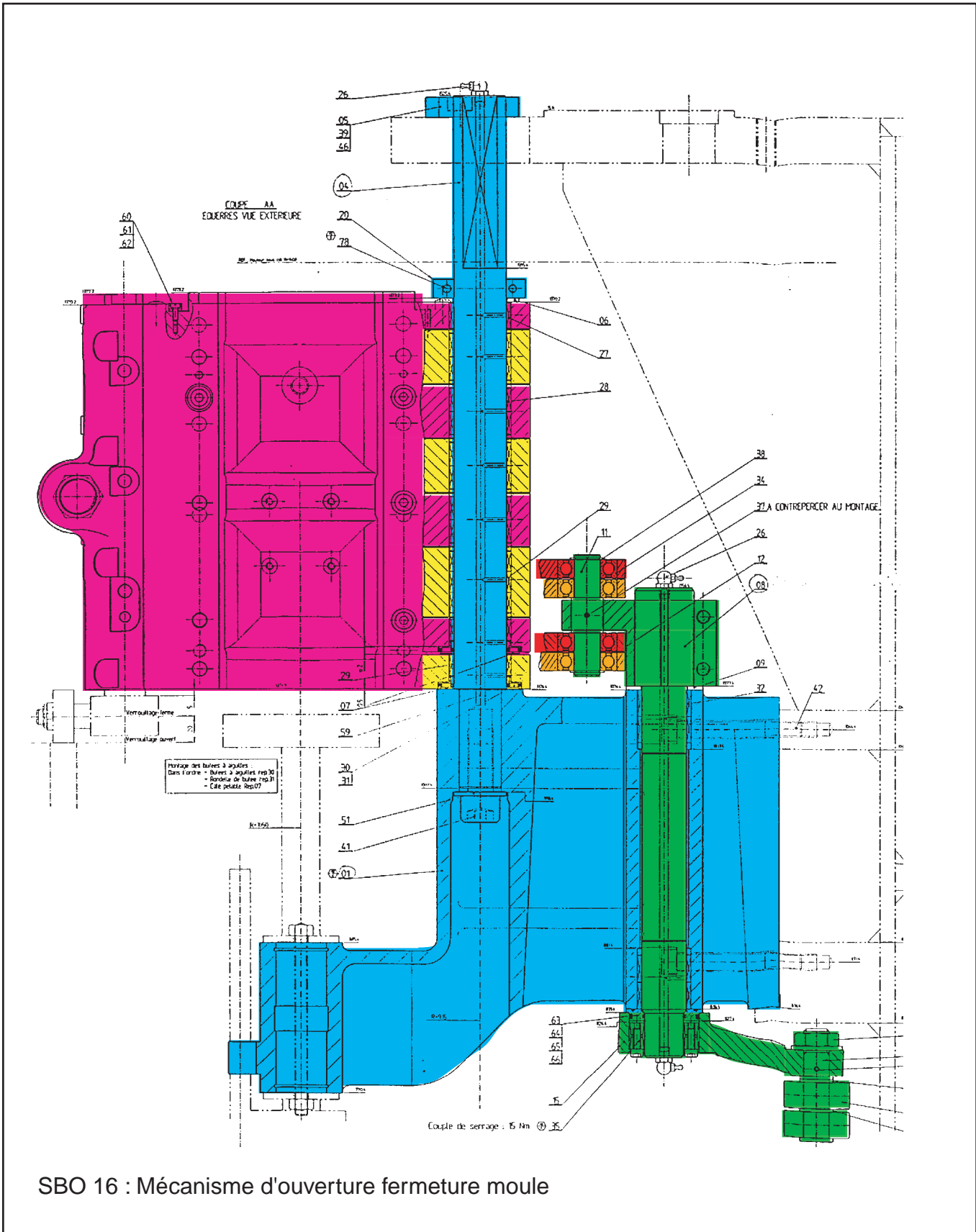
Les dessins qui suivent représentent les deux 1/2 moules de la SBO16 ainsi que le système de commande de l'ouverture et de la fermeture. Sur la figure ci-dessous, le même mécanisme est schématisé en vue de dessus. Pour plus de lisibilité, les mêmes pièces sont représentées avec les mêmes couleurs sur le dessin et sur la figure.

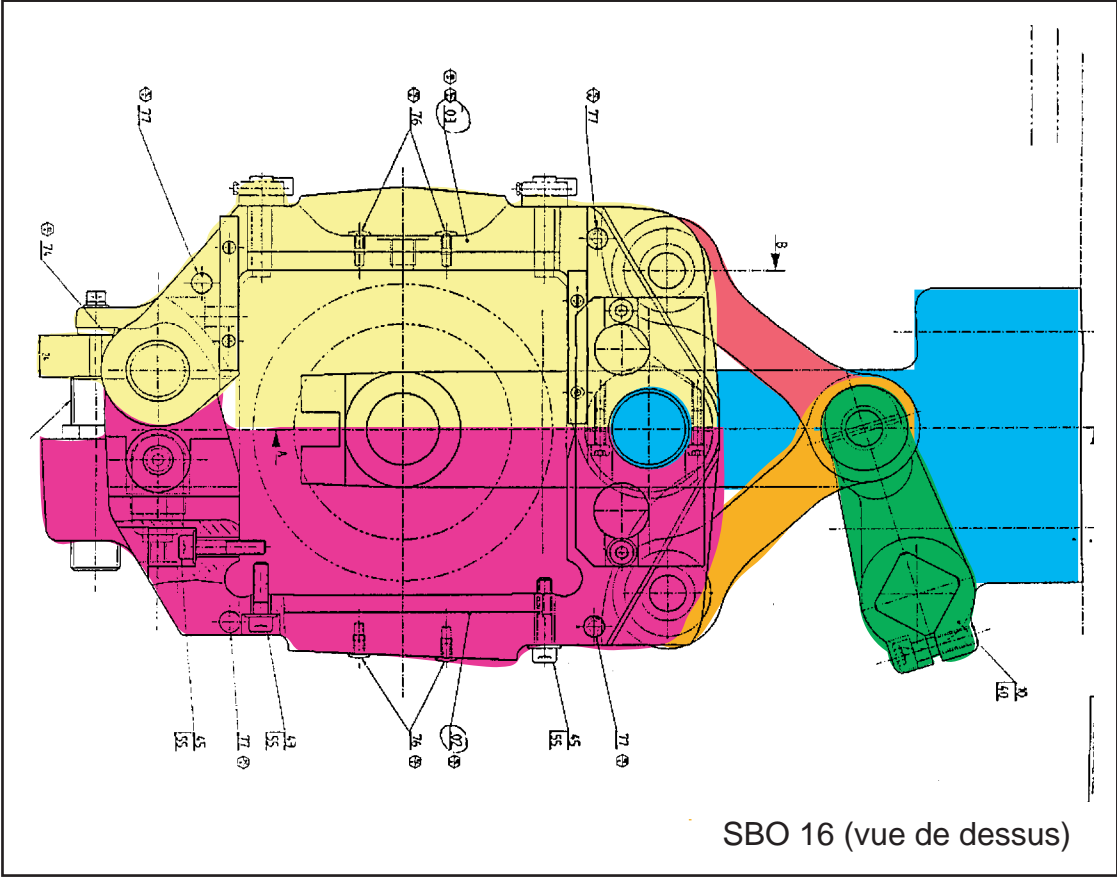
#### *Fonction « ouverture-fermeture »*

La fonction principale du système ouverture-fermeture moules est de permettre l'accès et l'évacuation des préformes et des bouteilles soufflées. Pour assurer cette évacuation, il est nécessaire d'ouvrir les deux moules de 50°. La SBO16 est une machine qui possède 16 moules montés sur un carrousel tournant (1). Les moules sont constitués de deux parties (5) et (6) articulées en E sur le carrousel. L'opération de soufflage et de refroidissement de la bouteille est réalisée alors que le moule est fermé et verrouillé. Cette opération est effectuée pendant un peu plus de 3 quarts de tour du carrousel. Le quart restant est consacré à l'évacuation de la bouteille et l'apport d'une nouvelle préforme. L'ouverture et la fermeture sont assurées par un levier de commande (2) articulé en A sur (1). Une came détermine le mouvement du centre G du galet et ce mouvement est récupéré en B. Deux biellettes (3) et (4) fixées en B tirent ou poussent les deux demi moules (5) et (6). La cadence de production de cette machine est de 19.200 bouteilles/heure, ce qui correspond à une vitesse de rotation du carrousel de :

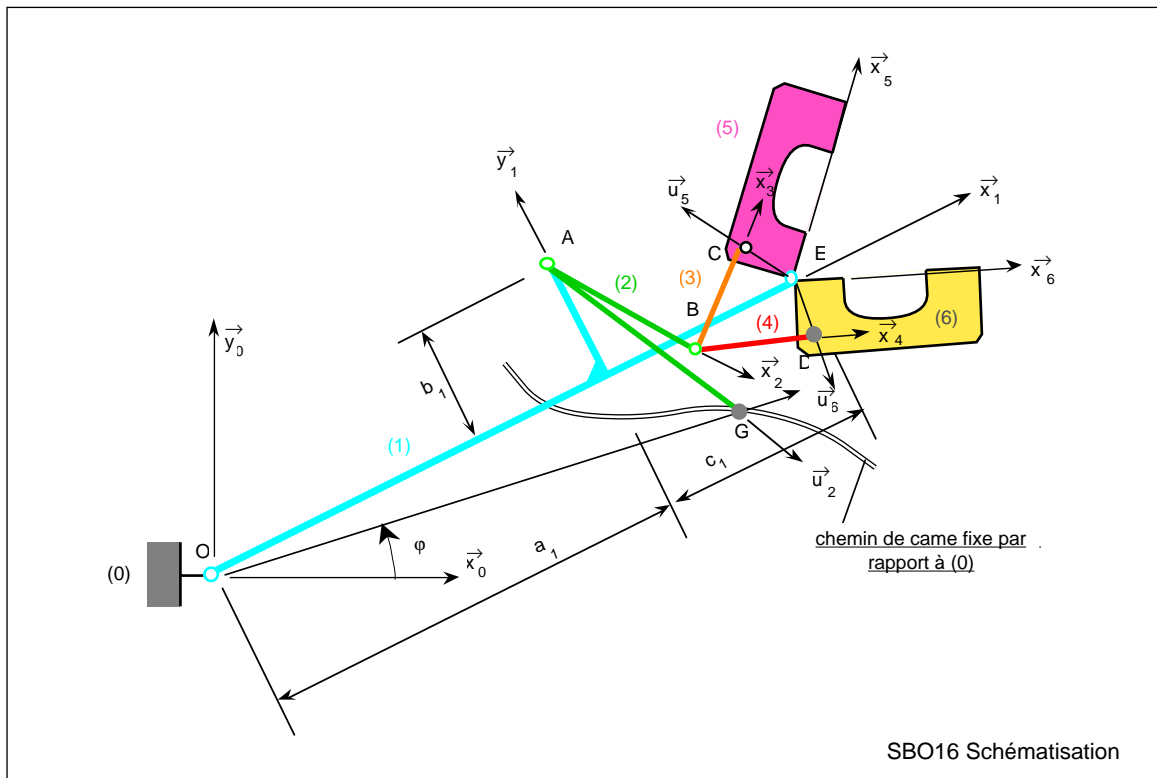
$$\omega_{10} = \dot{\theta}_{10} = \frac{19200}{60 \times 16} = 20 \text{ tr/min}$$

En fonction de la forme de la came, l'ouverture et la fermeture suivront une loi horaire fixée par la cinématique de ce système.





SBO 16 (vue de dessus)



**Conditions à remplir par le profil de came**

Quels sont les impératifs qui fixent le choix du profil de came lors de l'ouverture et de la fermeture ? Les deux moules sont fermés et verrouillés. Lorsque le galet pénètre dans la came le déverrouillage a lieu et les moules commencent à s'ouvrir à partir d'une vitesse nulle par rapport au carrousel. Les moules sont donc accélérés jusqu'à une vitesse de rotation maximale. On ne souhaite pas qu'il se produise de chocs en fin d'ouverture aussi doit-on ralentir les moules pour arriver à vitesse nulle en fin d'ouverture.

Le moule est maintenu ouvert durant un court laps de temps puis démarre la phase de fermeture. Les deux demi moules partent de la position ouverte à vitesse nulle par rapport au carrousel, accélèrent dans une première phase du mouvement puis décélèrent dans une seconde phase pour arriver en position fermée à vitesse et accélération nulles.

**Conclusion : came cycloïdale**

La came est représentée par l'équation de sa ligne moyenne sous la forme :

$$OG = R(\varphi)$$

$\vec{OG}$  est porté par le vecteur unitaire  $\vec{e}_r$  dont la position est paramétrée par l'angle  $\varphi$  par rapport à  $x_0$ . A la transformation de mouvement de la cinématique du système commande près, le mouvement des moules par rapport au carrousel sera donné par la forme de  $R(\varphi)$ . L'idée la plus simple pour représenter une accélération continue, initialement nulle qui est d'abord positive puis négative avant de revenir à 0, consiste à choisir une fonction sinusoïdale :

$$R''(\varphi) = A \sin(\lambda\varphi)$$

$$\Rightarrow R'(\varphi) = -\frac{A}{\lambda} \cos(\lambda\varphi) + B \Rightarrow R(\varphi) = -\frac{A}{\lambda^2} \sin(\lambda\varphi) + B\varphi + C$$

La forme de  $R(\varphi)$  dépend donc de 4 constantes A, B, C et  $\lambda$  que l'on détermine à l'aide des conditions :

- accélérations initiale et finale nulles :

$$R''(0) = R''(\varphi_c) = 0 \rightarrow \lambda = \frac{k\pi}{\varphi_c}$$

• vitesses initiale et finale nulles :

$$R'(0) = R'(\varphi_c) = 0 \rightarrow B = -\frac{A\varphi_c}{k\pi} \quad k \text{ pair (par la suite } k=2)$$

• rayon initial :

$$R(0) = r_o \rightarrow C = r_o$$

• rayon final :

$$R(\varphi_c) = r_f \rightarrow A = \frac{2\pi(r_o - r_f)}{\varphi_c^2}$$

Ces différentes conditions conduisent à la forme de la came cycloïdale :

$$R(\varphi) = r_o + (r_f - r_o) \left\{ \frac{\varphi}{\varphi_c} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{\varphi}{\varphi_c}\right) \right\}$$

La came complète est définie par les équations des deux tronçons :

$$R(\varphi) = R_f + (R_o - R_f) \left\{ \frac{\varphi}{\varphi_{co}} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{\varphi}{\varphi_{co}}\right) \right\}$$

lors de l'ouverture des moules

$$R(\varphi) = R_o + (R_f - R_o) \left\{ \frac{\varphi}{\varphi_{cf}} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{\varphi}{\varphi_{cf}}\right) \right\}$$

lors de la fermeture des moules

Sur la SBO16, les caractéristiques géométriques suivantes ont été retenues :

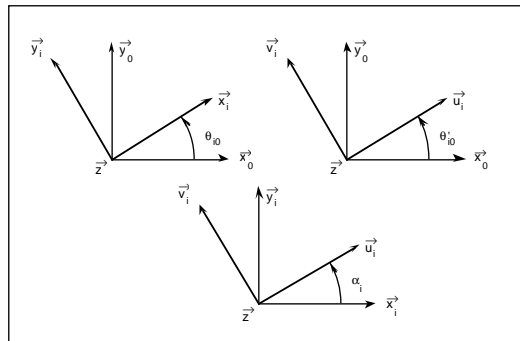
$$R_o = 795,41 \text{ mm} \quad R_f = 854,13 \text{ mm} \quad \varphi_{co} = 29^\circ \quad \varphi_{cf} = 28^\circ$$

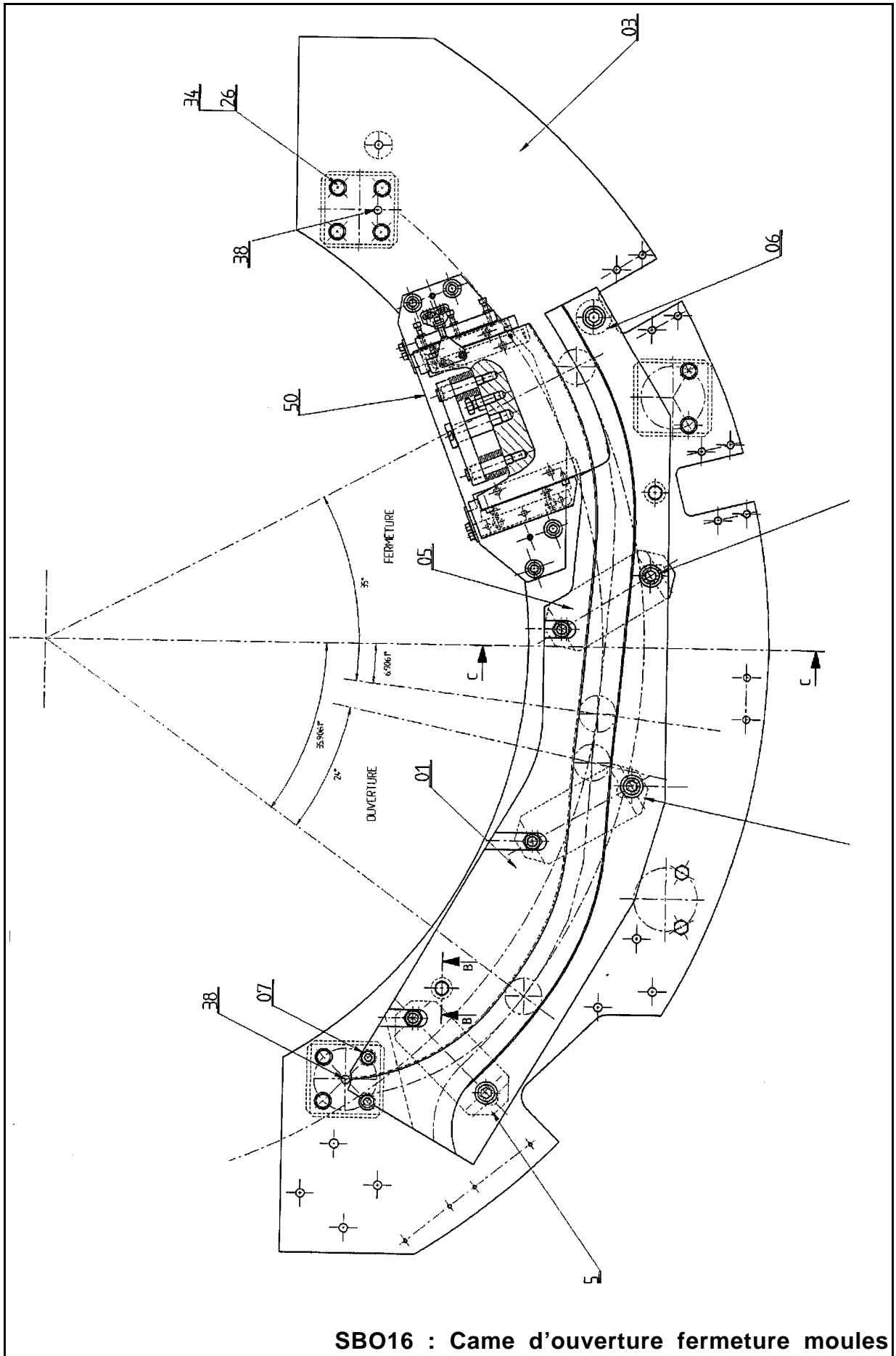
Sur le dessin de la came on distingue : la portion relative à l'ouverture ; la portion circulaire du maintien en position ouverte ; la portion relative à la fermeture. On pourra noter, en fin de fermeture, la présence d'un ensemble élastique qui compense les défauts de la chaîne cinématique au moment du verrouillage.

### Calcul des efforts de contact came-galet et de la pression de contact

#### Cinématique des 1/2 moules

Les différentes pièces mobiles par rapport au bâti (0) sont numérotées (i) de (1) à (6). De même que les bases  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  qui sont rattachées à ces solides. Lorsque plusieurs bases sont nécessaires à la description du système on note  $(\vec{u}_i, \vec{v}_i, \vec{z}_i)$  la seconde.





**SBO16 : Came d'ouverture fermeture moules**

De manière générale, on note  $\theta_{i0}$  l'angle que fait la base  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  avec  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et  $\theta'_{i0}$  l'angle que fait la base  $(\vec{u}_i, \vec{v}_i, \vec{z}_i)$  avec  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Le décalage angulaire entre les deux bases est noté  $\alpha_i$ , c'est un angle constant. Les longueurs intervenant dans le système sont indicées par le numéro (i) de la pièce correspondante.

$$\begin{aligned} AB &= l_2 & ; & & AG &= L_2 & ; & & BC &= l_3 \\ BD &= l_4 & ; & & EC &= l_5 & ; & & ED &= l_6 \end{aligned}$$

Trois fermetures géométriques permettent de déterminer la loi de mouvement des différentes pièces du système.

La fermeture OAG qui donne l'évolution du mouvement du levier de commande en fonction de la vitesse de rotation du carrousel et de la géométrie de la came. Les fermetures ABCE et ABDE qui donnent accès aux mouvements des deux demi moules. Chaque fermeture correspond à un système de deux équations géométriques à résoudre.

*Fermeture OAG*

La fermeture géométrique s'écrit :

$$\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{AG}$$

Compte tenu des notations proposées cette fermeture s'écrit :

$$R(\varphi) \vec{e}_r = a_1 \vec{x}_1 + b_1 \vec{y}_1 + L_2 \vec{u}_2$$

Soit en projection sur  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$  :

$$\begin{cases} R(\varphi) \cos(\varphi - \theta_{10}) = a_1 + L_2 \cos\theta'_{21} \\ R(\varphi) \sin(\varphi - \theta_{10}) = b_1 + L_2 \sin\theta'_{21} \end{cases}$$

La résolution de ces deux équations permet d'obtenir l'évolution de  $\theta_{10}(\varphi)$  -relation (i)-. La connaissance de  $\theta_{10}(\varphi)$  permet d'accéder à l'angle  $\theta'_{21}$  par l'une ou l'autre des deux relations de départ.

$$\theta'_{21} = \arccos \left\{ \frac{R(\varphi) \cos(\varphi - \theta_{10}) - a_1}{L_2} \right\} \quad (ii)$$

En pratique c'est l'angle  $\theta_{10}$  qui est l'entrée du mécanisme. Aussi c'est l'évolution de cet angle en fonction du temps qui est connue :

$$\theta_{10}(\varphi) = \theta_{10i} + \omega_{10}t \Rightarrow t = \frac{\theta_{10}(\varphi) - \theta_{10i}}{\omega_{10}} \quad (iii)$$

La détermination de tous les autres angles se fait de la manière suivante :

$$\varphi \rightarrow \text{relation (i)} \rightarrow \theta_{10}(\varphi) \rightarrow \begin{cases} \text{relation (iii)} \rightarrow t \\ \text{relation (ii)} \rightarrow \theta'_{21}(t) \end{cases}$$

On a ainsi accès à l'évolution de chacun des paramètres en fonction du temps. Par la suite le calcul des vitesses se fait en approximant la dérivée avec le premier accroissement au voisinage de  $t_i$  :

$$\dot{\theta}_{21} \approx \frac{\theta_{21}(t_{i+1}) - \theta_{21}(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

*Fermeture ABCE* :

Cette fermeture géométrique s'écrit :

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} \Rightarrow c_1 \vec{x}_1 - b_1 \vec{y}_1 = l_2 \vec{x}_2 + l_3 \vec{x}_3 - l_5 \vec{u}_5$$



Soit en projection sur  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$  :

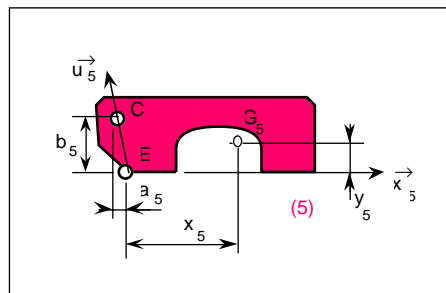
$$\begin{aligned} c_1 &= l_2 \cos\theta_{21} + l_3 \cos\theta_{31} - l_5 \cos\theta'_{51} \\ b_1 &= -l_2 \sin\theta_{21} - l_3 \sin\theta_{31} + l_5 \sin\theta'_{51} \end{aligned}$$

Ce qui permet de déterminer l'évolution des angles  $\theta_{31}$  et  $\theta'_{51}$  en fonction de  $\theta_{21}$ . Ce dernier est connu par la première fermeture à l'angle  $\alpha_2$  près. Cet angle  $\alpha_2$  est un paramètre de réglage de la machine qui assure que le moule est bien fermé en début de course d'ouverture ou en fin de course de fermeture. Il est pratiquement nul. Par ailleurs, l'angle privilégié pour étudier le mouvement de la pièce (5) est plutôt  $\theta_{51}$  qui se déduit aussi de  $\theta'_{51}$  par :

$$\theta'_{51} = \theta_{51} + \alpha_5$$

L'angle  $\alpha_5$  est tel que :

$$\alpha_5 = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{a_5}{b_5}\right)$$



On règle  $\alpha_2$  de telle sorte que  $\theta_{51}$  soit nul pour l'angle  $\varphi_c$  de la came. On procède de même pour le second moule.

*Fermeture ABDE :*

Cette fermeture géométrique s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{AE} &= \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DE} \\ \Rightarrow c_1 \vec{x}_1 - b_1 \vec{y}_1 &= l_2 \vec{x}_2 + l_4 \vec{x}_4 - l_6 \vec{u}_6 \end{aligned}$$

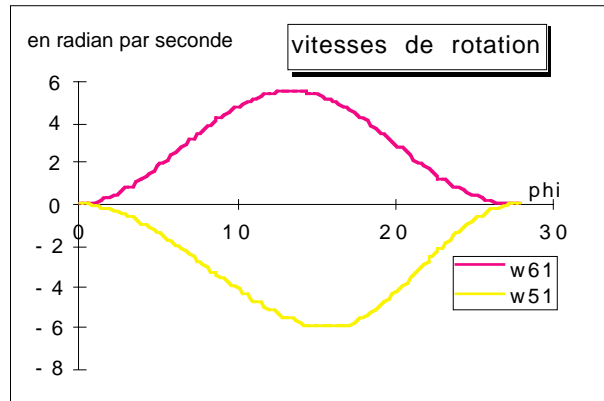
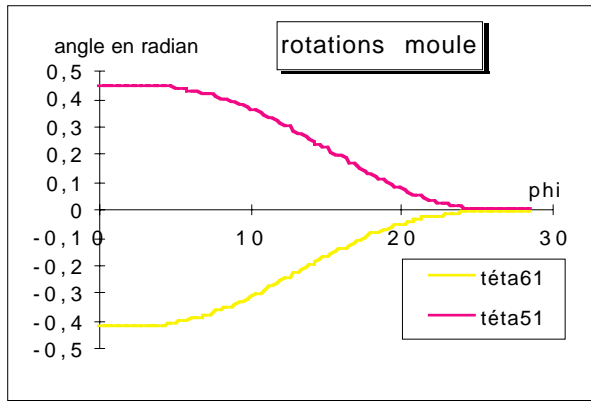
Soit en projection sur  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$  :

$$\begin{aligned} c_1 &= l_2 \cos\theta_{21} + l_4 \cos\theta_{41} - l_6 \cos\theta'_{61} \\ b_1 &= -l_2 \sin\theta_{21} - l_4 \sin\theta_{41} + l_6 \sin\theta'_{61} \end{aligned}$$

Avec cette fois :

$$\theta_{61} = \theta'_{61} - \alpha_6$$

Les figures suivantes représentent les évolutions des angles  $\theta_{51}$  et  $\theta_{61}$ , ainsi que les vitesses de rotations  $\omega_{51}$  et  $\omega_{61}$  des deux demi-moules. On constate que le choix de la came cycloïdale permet d'avoir une montée de la vitesse avec une accélération angulaire croissante puis décroissante, puis à mi-parcours une décélération qui s'amorce puis ralentit pour arriver nulle en fin d'ouverture. De cette manière, on limite les problèmes liés aux chocs en fin d'ouverture ou de fermeture.



### Détermination des efforts de contact came-galet

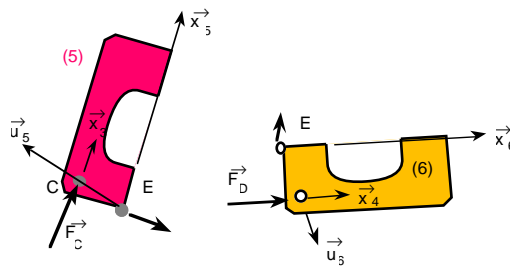
L'effort de contact came→galet est noté F dans la suite. On cherche à déterminer cet effort par le P.F.D. On fera l'hypothèse classique que toutes les liaisons sont parfaites et que seule l'inertie des 1/2 moules est significative. On isole les demi moules (5) et (6) pour lesquels on écrit l'équation de moment par rapport à E. Ce qui donne accès aux efforts dans les articulations en C et D. Par la suite on isole l'articulation en B ce qui permet de déterminer l'effort que le levier de commande exerce sur les bielles. Finalement en isolant le levier de commande et en écrivant l'équation de moment par rapport au point A, on tire l'effort de contact came galet. Dans la suite on notera :

- F<sub>C</sub> = l'effort de (3)→(5)
- F<sub>D</sub> = l'effort de (4)→(6)
- F<sub>B</sub> = l'effort de (3 et 4)→(2)
- F<sub>G</sub> = l'effort de (came)→(2)

### Equilibre dynamique de (5) et (6)

Le théorème du moment dynamique s'écrit :

$$\vec{z} \cdot \vec{\delta} E(5/Rg) = \vec{z} \cdot \{ \vec{EC} \wedge \vec{F}_C \}$$



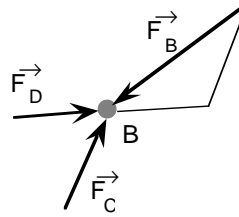
D'où, après simplification, on peut extraire F<sub>C</sub> :

$$F_C = - \frac{I_5 \frac{d\omega_{50}}{dt} + m_5 (a_1 + c_1) \omega_{10}^2 \{ x_5 \sin\theta_{51} + y_5 \cos\theta_{51} \}}{l_5 \sin(\theta'_{51} - \theta_{31})}$$

En isolant (6) on obtient une expression tout à fait analogue de F<sub>D</sub> (attention! le terme y<sub>6</sub> est négatif). On obtient donc :

$$F_D = - \frac{I_6 \frac{d\omega_{60}}{dt} + m_6 (a_1 + c_1) \omega_{10}^2 \{ x_6 \sin\theta_{61} + y_6 \cos\theta_{61} \}}{l_5 \sin(\theta'_{61} - \theta_{41})}$$

Equilibre de l'axe en B



Cet équilibre s'écrit :

$$\vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D = \vec{0}$$

En projection sur les axes  $x_2$  et  $y_2$  on obtient :

$$X_B + F_C \cos(\theta_{31}-\theta_{21}) + F_D \cos(\theta_{41}-\theta_{21}) = 0$$

$$Y_B + F_C \sin(\theta_{31}-\theta_{21}) + F_D \sin(\theta_{41}-\theta_{21}) = 0$$

D'où on tire la valeur de  $Y_B$  seule nécessaire pour la détermination de l'effort  $F$  entre la came et le galet.

$$Y_B = - F_C \sin(\theta_{31}-\theta_{21}) - F_D \sin(\theta_{41}-\theta_{21})$$

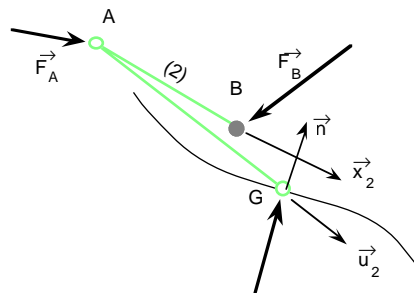
Equilibre de (2)

Le théorème du moment dynamique s'écrit :

$$0 = \sum \{ \vec{AG} \wedge \vec{F}_G + \vec{AB} \wedge \vec{F}_B \} \quad \text{avec :} \quad \vec{F}_G = F \vec{n}$$

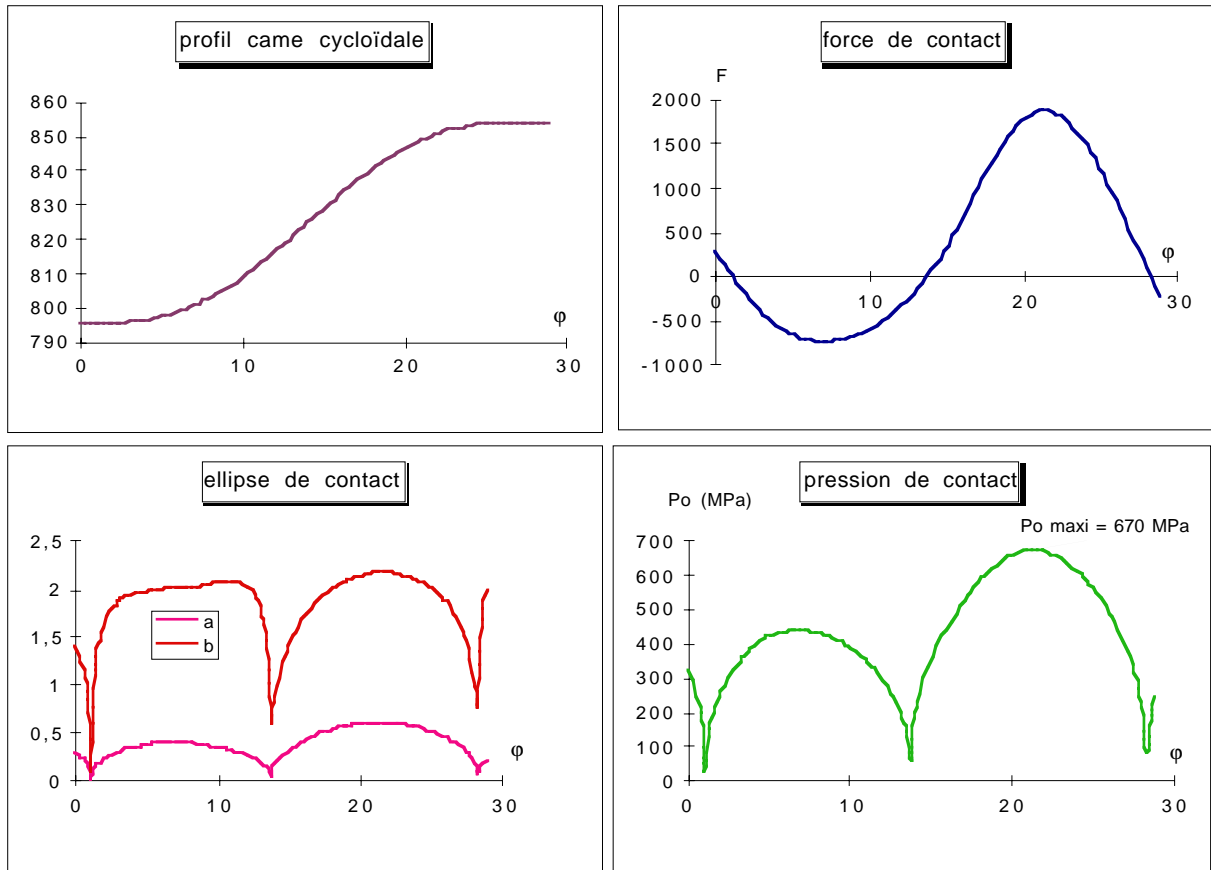
On en tire :

$$F = \frac{l_2 Y_B}{L_2 \sin(\varphi + \alpha - \theta'_{20})}$$



Les deux premières figures ci-dessous montrent l'allure de la came ainsi que l'évolution de l'effort dans la phase de fermeture. On peut observer :

- Un changement de signe qui implique un changement de direction de l'effort. Le contact entre la came et le galet change de flanc de came.
- Une valeur moyenne de l'effort non nulle qui provient des efforts centrifuges. L'évolution est non symétrique et l'intensité maxi sur un flanc de came est bien plus grande que sur l'autre.
- Une valeur maximale d'effort assez importante qui engendre dans la came des contraintes élevées. Nous allons aborder ce dernier point maintenant.



*Came cycloïdale à l'ouverture : angle  $\phi_{co} = 29^\circ$ ,  $\omega_{10} = 20 \text{ tr/min}$ . Les graphiques donnent l'évolution de l'effort de contact des dimensions de l'ellipse de Hertz et la pression de Hertz  $P_o$*

|    |                              |    |                              |
|----|------------------------------|----|------------------------------|
| x5 | 149 mm                       | x6 | 118 mm                       |
| y5 | 55 mm                        | y6 | -67 mm                       |
| m5 | 58 kg                        | m6 | 46 kg                        |
| I5 | 2 140 000 kg.mm <sup>2</sup> | I6 | 1 244 000 kg.mm <sup>2</sup> |

*Caractéristiques de masse et d'inertie, ainsi que les coordonnées des centres d'inertie  $G_5$  et  $G_6$  qui ont été mesurés sur la SBO 16.*

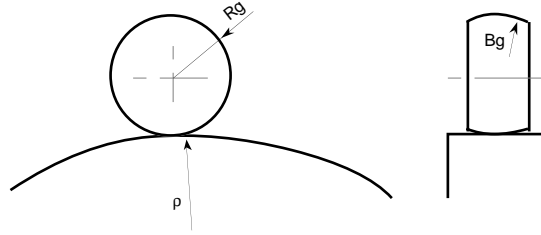
#### Calcul de la pression de contact (voir formulaire « Pression de Hertz »)

Les principaux résultats de la théorie du contact ponctuel, développée par Hertz et Boussinesq sont rappelés dans la fiche annexe. Les hypothèses qu'elle pose sont assez restrictives mais elle nous éclaire néanmoins sur un grand nombre de phénomènes. Dans le cas du contact came->galet, on note (1) la came et (2) le galet. On détermine le rayon de courbure  $\rho$  de la came à partir de l'équation  $R(\phi)$ , par la relation :

$$\rho = \frac{\{R'^2(\phi) + R^2(\phi)\}^{3/2}}{R''(\phi)R(\phi) - 2R'^2(\phi) - R^2(\phi)}$$

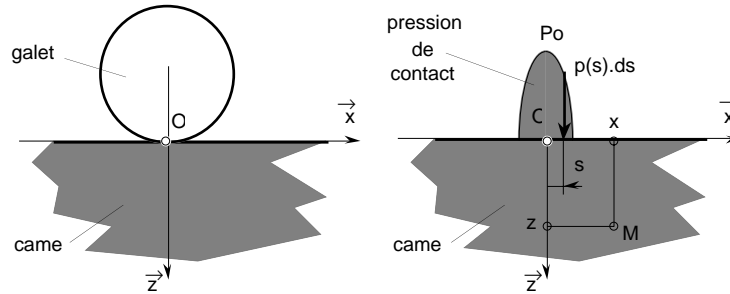
Les rayons de courbure restent grands devant le rayon du galet ( $R_g = 26 \text{ mm}$ ). Ce dernier présente un bombage correspondant à un rayon de  $B_g = 500 \text{ mm}$  au niveau du contact, ce qui est grand aussi devant  $R_g$ . Le rayon de courbure équivalent au sens de la pression de Hertz s'écrit :

$$\rho^{\text{éq.}} = \frac{1}{\frac{1}{R_g} + \frac{1}{B_g} + \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\infty}}$$



Après calcul, on constate que le rayon de courbure équivalent évolue dans une plage de 2 mm au voisinage de 24 mm. Soit une variation de 8% qui n'est peut-être pas à négliger. Tout se passe comme si le galet (dimension plus faible, comprise entre 23 et 25 mm) roulait sur un plan. Les figures 3 donnent l'évolution des longueurs "a" et "b" et de la pression  $P_0$  pour le cas de la came cycloïdale à l'ouverture. On pourra noter l'élançement important ( $\approx 7$ ) de la surface d'écrasement et les pressions de contact  $P_0$  élevées ( $\approx 700$  MPa).

Compte tenu de la forme de la surface de contact (ellipse très allongée), on peut raisonnablement faire l'hypothèse que l'état des déformations est plan. On étudie donc ce qui se passe dans ce plan. Compte tenu de la valeur des rayons de courbure de la came, l'analyse se fera en supposant que cette dernière est quasi-rectiligne au voisinage du contact. Il est ainsi possible de calculer explicitement les contraintes dans la came.



La théorie de l'élasticité plane permet le calcul des contraintes à partir de la répartition de pression  $p(s)$  donnée :

$$p(s) = P_0 \left(1 - \frac{s^2}{a^2}\right) \quad \text{où "a" est la largeur du contact}$$

Les composantes de la matrice des contraintes s'écrivent formellement :

$$\sigma_{xx} = -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{z(x-s)^2}{((x-s)^2+z^2)^2} p(s) ds$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{z^3}{((x-s)^2+z^2)^2} p(s) ds \quad \sigma_{xz} = -\frac{2}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{z^2(x-s)}{((x-s)^2+z^2)^2} p(s) ds$$

Pour un état de déformation plane, la nullité de la déformation  $\epsilon_{yy}$  permet de déterminer la contrainte  $\sigma_{yy}$ .

$$\sigma_{yy} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})$$

Après intégration on obtient :

$$\sigma_{xx} = -\frac{2P_0}{\pi a^2} \left\{ -3az + \frac{a^2-x^2+3z^2}{2} \left( \arctan\left(\frac{a-x}{z}\right) + \arctan\left(\frac{a+x}{z}\right) \right) + xz \operatorname{Log}\left(\frac{(a-x)^2+z^2}{(a+x)^2+z^2}\right) \right\}$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{2P_0}{\pi a^2} \left\{ az + \frac{a^2-x^2-z^2}{2} \left( \arctan\left(\frac{a-x}{z}\right) + \arctan\left(\frac{a+x}{z}\right) \right) \right\}$$

$$\sigma_{xz} = -\frac{2P_0}{\pi a^2} \left\{ xz \left( \arctan\left(\frac{a-x}{z}\right) + \arctan\left(\frac{a+x}{z}\right) \right) + \frac{z^2}{2} \operatorname{Log}\left(\frac{(a-x)^2+z^2}{(a+x)^2+z^2}\right) \right\}$$

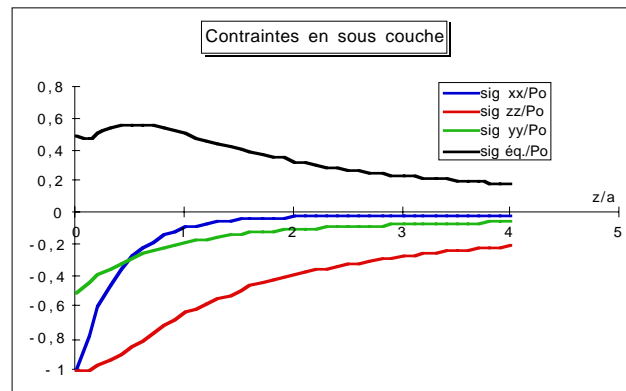
C'est au droit du point de contact que l'état de contrainte va être le plus critique. On pose  $\xi = \frac{x}{a}$  et  $\zeta = \frac{z}{a}$  pour rendre le problème adimensionnel. Si on se focalise sur l'axe  $x = 0$ , l'expression des contraintes est réduite à :

$$\frac{\sigma_{xx}}{P_0} = -\frac{2}{\pi} \left\{ -3\zeta + (1+3\zeta^2) \arctan\left(\frac{1}{\zeta}\right) \right\}$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{P_0} = -\frac{2}{\pi} \left\{ \zeta + (1-\zeta^2) \arctan\left(\frac{1}{\zeta}\right) \right\}$$

$$\frac{\sigma_{xz}}{P_0} = 0$$

La matrice des contraintes est donc diagonale. Les courbes de contrainte réduite ne dépendent plus de la pression ni de la largeur du contact. Les graphiques suivants représentent ces différentes contraintes pour un coefficient de Poisson de 0,25.



On peut noter que ces contraintes décroissent rapidement et que les problèmes (déformation, fatigue, écaillage) restent localisés au voisinage du contact. A ce niveau, pour valider un choix de matériau, il est nécessaire de comparer les caractéristiques ( $R_e$ ,  $R_m$ ) à une sorte de norme de la matrice des contraintes : la contrainte équivalente de Von Mises. Cette contrainte est définie par :

$$\sigma_{\text{éq.}} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 3\sigma_{xz}^2 \}}$$

Cette dernière est représentée sur le graphique joint. On constate qu'elle est maximale en  $\zeta \approx 0,5$  et atteint en ce point une valeur de :

$$(\sigma_{\text{éq.}})_{\text{maxi}} = 0,57 P_0$$

Ce résultat permet de montrer qu'un matériau de limite élastique  $R_e$  peut supporter, en statique, une pression de contact maximale  $P_0$  qui vaut :

$$(P_0)_{\text{maxi}} = \frac{R_e}{0,57} \approx 1,75 R_e$$

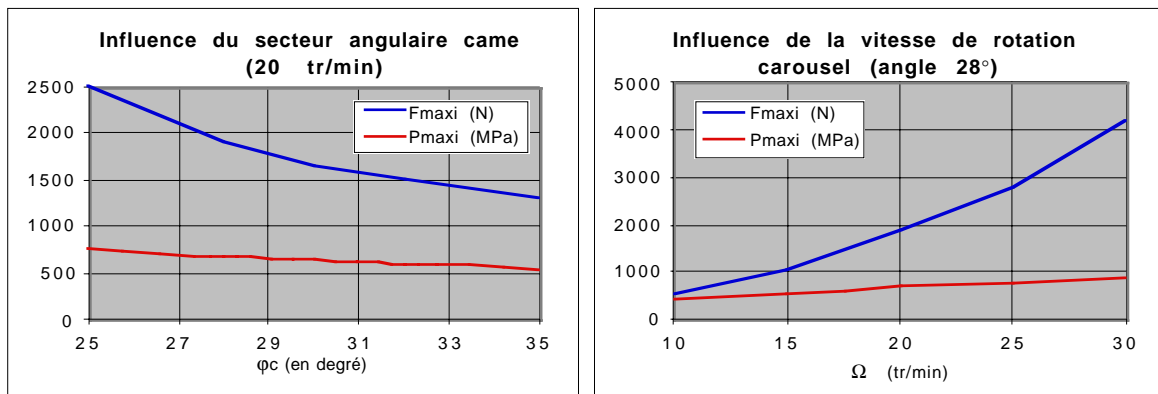
Dans le cas du contact came-galet, la sollicitation est répétée cycliquement et la détérioration apparaîtra, par fatigue, pour des contraintes plus faibles que  $R_e$ . Il faudra donc corriger ce dimensionnement par un facteur de durée de vie. Dans le cas où il y a glissement du galet sur la came, on peut calculer la superposition de contraintes due à la force tangentielle. On constate que ce phénomène ne génère pas de surcharge importante de contrainte.

### **Conséquences technologiques et optimisation du profil de came**

#### *Influence des paramètres sur l'effort de contact et Optimisation du profil de came*

La qualité de la bouteille soufflée peut-être améliorée en réduisant la part de la rotation du carrousel allouée à l'ouverture et à la fermeture. Cette contrainte revient à diminuer l'angle  $\varphi_{co}$ . part ailleurs, la productivité de la SBO 16 peut être améliorée en augmentant la fréquence de rotation du carrousel au-delà de 20 tr/min. Ces deux possibilités ont pour effet d'augmenter l'effort de contact came-galet et par suite la

pression de contact. Les deux graphiques suivants montrent comment effort et pression augmentent en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$  et de l'angle de came  $\varphi_c$ .



Effet de l'angle de came et de la vitesse de rotation du carrousel sur l'effort de contact et la pression  $P_o$

Néanmoins on peut, en conservant les mêmes angles et vitesse de rotation, diminuer la force maximale en équilibrant les modules des efforts maximum durant la phase d'ouverture. L'asymétrie de la courbe d'effort peut être corrigée par l'utilisation de deux profils différents à l'accélération et à la décélération. Il convient d'assurer la continuité de  $R''(\varphi)$  pour ne pas provoquer de saut d'effort au niveau du raccordement. Pour cela on propose un profil pour lequel  $R''$  est une sinusoïde d'amplitude « A » entre 0 et  $\lambda\varphi_c$  ( $\lambda$  est un paramètre compris entre 0 et 1). Entre  $\lambda\varphi_c$  et  $\varphi_c$  une autre sinusoïde d'amplitude « B » est retenue, décalée de telle sorte que les deux sinusoïdes soient égales à 0 en  $\lambda\varphi_c$ .

$$R'' = A \sin\left(\frac{\pi\varphi}{\lambda\varphi_c}\right) \text{ sur } [0, \lambda\varphi_c]$$

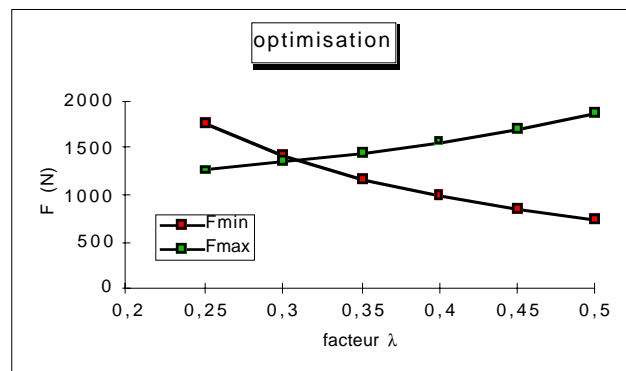
$$R'' = B \sin\left(\frac{\pi(\varphi - \lambda\varphi_c)}{(1-\lambda)\varphi_c}\right) \text{ sur } [\lambda\varphi_c, \varphi_c]$$

On détermine l'expression en deux parties du profil de came, en développant les conditions suivantes :

- accélérations initiale et finale nulles :  $R''(0) = R''(\varphi_c) = 0$
- vitesses initiale et finale nulles :  $R'(0) = R'(\varphi_c) = 0$
- rayon initial :  $R(0) = r_0$
- rayon final :  $R(\varphi_c) = r_f$

+ conditions de raccordement en  $\lambda\varphi_c$ .

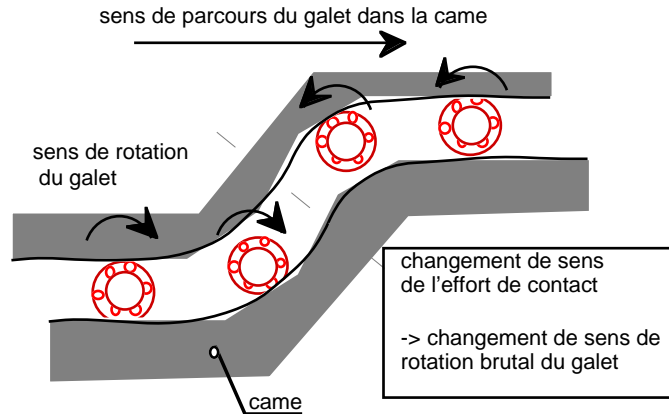
En fonction de la valeur de  $\lambda$  on observe une diminution du module de l'effort maxi positif et une augmentation de l'effort maxi négatif (noté Fmini). L'optimum est obtenu pour une valeur de  $\lambda = 0,3$  ; l'effort maxi passe de 1800 N à 1300 N (diminution de 27%). Cependant, les courbures changent et le gain en pression de contact n'est pas aussi fort.  $P_o$  passe de 700 à 575 Mpa (diminution de 18%).



Effet de  $\lambda$  sur l'équilibrage des efforts. Cas optimum :  $\lambda = 0,31$

### « Roulement sans glissement » du galet

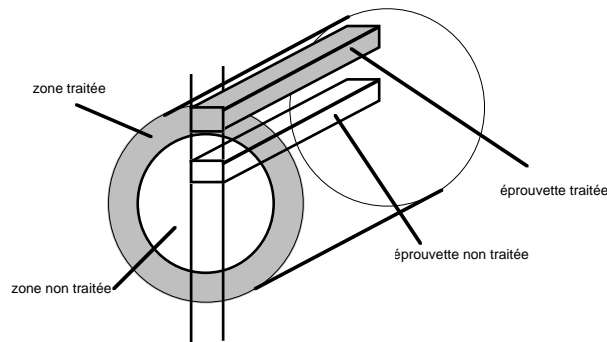
Le changement de signe de l'effort est inévitable et la conséquence est grande sur le roulement du galet. En effet, lorsque le contact change de flanc de la came il y a inversion brutale du sens de rotation du galet. Compte tenu du rayon moyen de la came, du rayon du galet et de la vitesse de rotation du carrousel, la vitesse de rotation du galet en contact sur un flanc est de l'ordre de 540 tr/min. Au moment du changement de flanc de contact, la rotation du galet s'annule et passe rapidement à 540 tr/min en sens inverse.



Cela conduit à de très forts glissements : le galet et la piste de came s'usent très rapidement. Une solution à double piste et utilisant deux galets permet la rotation de chaque galet dans un sens unique et diminue très fortement les problèmes d'usure liés au glissement. Cependant, comme il a été évoqué en préambule, les problèmes d'usure par glissement ne sont pas complètement résolus en permettant le « roulement sans glissement » du galet. Ce point sera abordé dans la seconde partie (prochain numéro).

### Performances du matériau et du traitement retenus

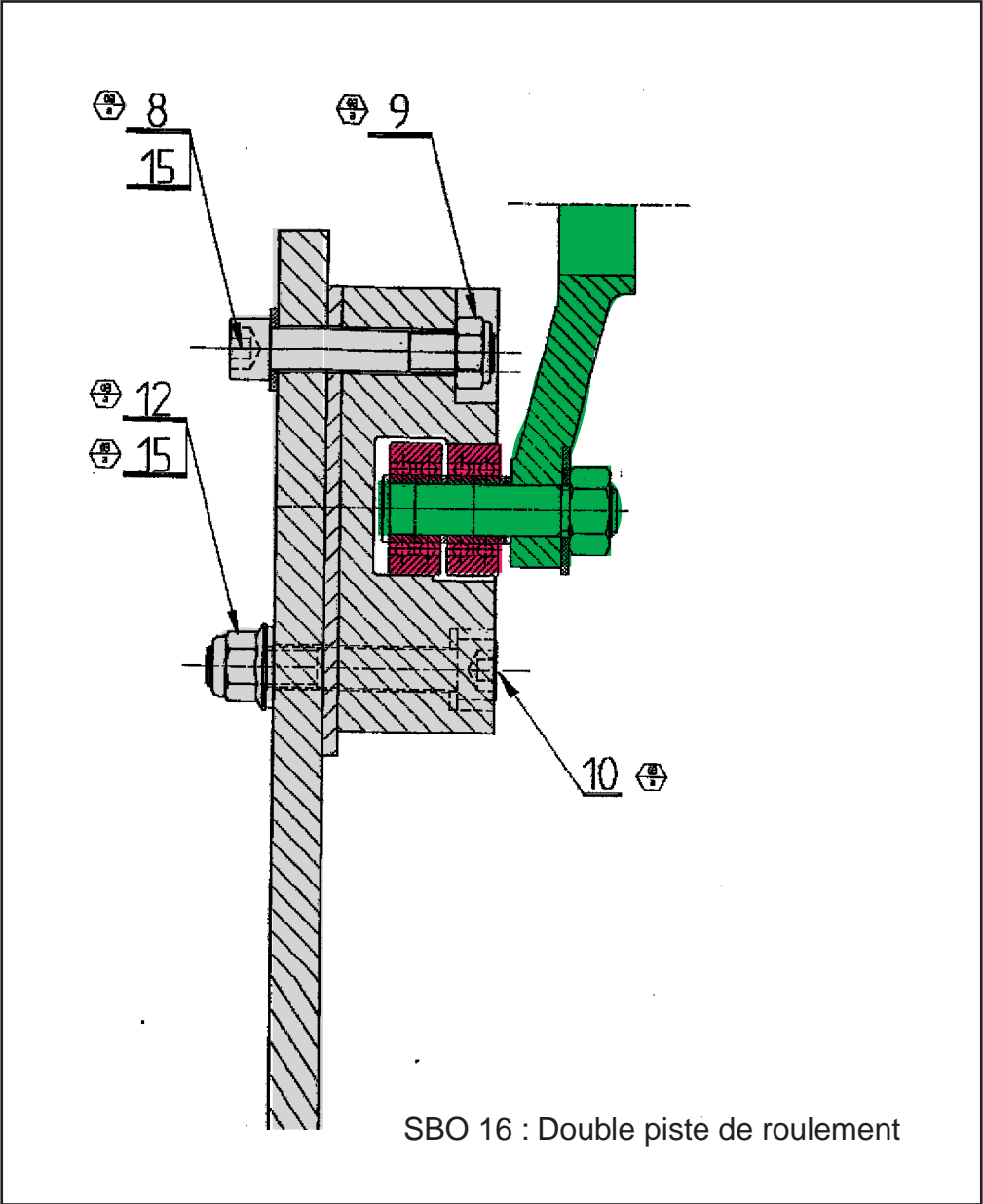
Les caractéristiques mécaniques du matériau de la came ont été déterminées en effectuant des essais de traction sur des éprouvettes taillées dans un rondin de 42CrMo4 trempé dans la masse puis traitées superficiellement (trempe par induction sur une profondeur de 7 mm environ). Une éprouvette de traction est usinée dans la zone traitée et une autre dans la zone non traitée (voir figure).

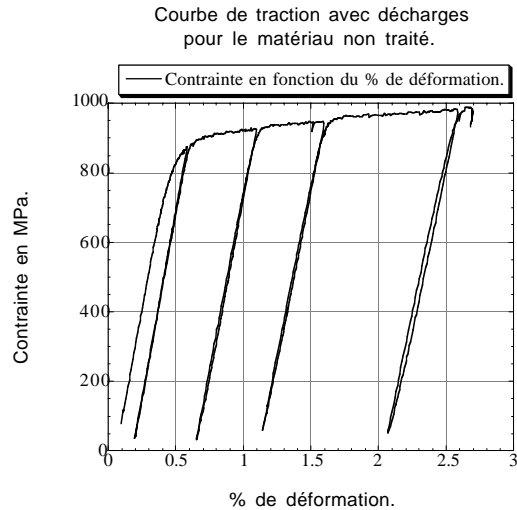


Compte tenu de la difficulté à usiner le matériau, on se limite à une géométrie parallélépipédique pour l'éprouvette de traction. Les déformations sont mesurées avec un extensomètre sur une longueur de référence de 10 mm. La charge est déterminée par un capteur d'effort d'une capacité de 10 tonnes. Il faut noter que compte tenu de la forme des éprouvettes, la rupture a eu lieu au voisinage des mors de serrage.

On calcule la contrainte de traction  $\sigma$  à partir de l'effort mesuré et on trace ci-dessous les courbes représentatives du comportement du matériau, avant et après traitement superficiel. On peut remarquer une grande différence de limite élastique.





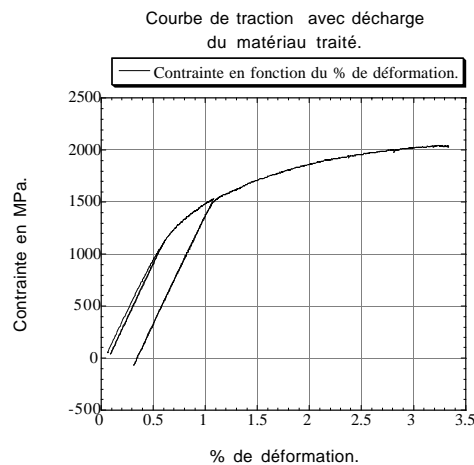


Matériau non traité superficiellement (ci-dessus) :

$$\sigma_e = 650 \text{ Mpa} \quad Re_{0,2} = 900 \text{ MPa}$$

Matériau traité superficiellement (ci-dessous):

$$\sigma_e = 1150 \text{ Mpa} \quad Re_{0,2} = 1550 \text{ Mpa}$$



Pour une pression de contact de l'ordre de 700 Mpa, la contrainte atteint une valeur maximale de :

$$(\sigma_{\text{éq.}})_{\text{maxi}} = 0,57 \times 700 = 400 \text{ MPa}$$

Soit un facteur de surcharge admissible de 3,8. Compte tenu des sollicitations cycliques qui engendrent de la fatigue, le coefficient de surcharge admissible n'est plus aussi important mais assure néanmoins la fonction roulement sans détérioration de la came en sous couche.

### Conclusion

Nous avons présenté, sur l'exemple industriel d'une souffleuse par bi-orientation, la méthodologie et les outils mécaniques qui permettent de quantifier les efforts de contact entre le galet et la came de commande du système d'ouverture fermeture moules. Par comparaison avec les caractéristiques du matériau utilisé, il apparaît que le dimensionnement semble correct. Dans la seconde partie nous analyserons les modes de détérioration en sous couche et en surface qui peuvent conduire à la ruine de la came. Nous présenterons des résultats de mesures et de calculs qui quantifient et permettent de faire des calculs prédictifs de ces détériorations.